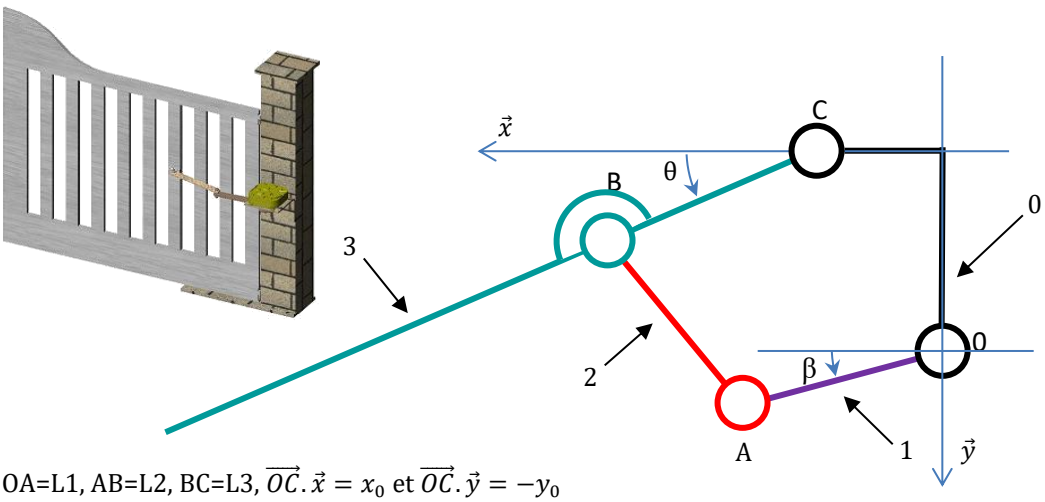
Etude d'un mécanisme 4 barres

On s'intéresse à un ouvre portail de type «4 barres ». On souhaite connaitre les lois entrée sortie géométrique et cinématique ainsi que le temps d'ouverture du vantail (3).

La résolution analytique de ce type de problème est possible mais longue à mettre en œuvre. Une solution numérique permet d'obtenir le résultat.



OA=L1, AB=L2, BC=L3, $\overrightarrow{OC}.\vec{x} = x_0$ et $\overrightarrow{OC}.\vec{y} = -y_0$

Le moteur monté sur l'axe $(O, \vec{z})$ entraine la barre **(1)** à vitesse constante ω_{moteur}. Par fermeture géométrique, on obtient la relation suivante entre les angles β et θ :

$$(L_1 \cos\beta - L_3 cos\theta - x_0)^2 + (L_1 \sin\beta - L_3 sin\theta + y_0)^2 - L_2^2 = 0$$

En développant la relation, nous obtenons la relation suivante :

$$A + Bcos\theta - Csin\theta - Dcos\beta + Esin\beta - Fcos(\theta - \beta) = 0$$

Avec $A = {L_1}^2 - L_2^2 + x_0^2 + y_0^2 + {L_3}^2$, $B = 2x_0L_3$, $C = 2y_0L_3$, $D = 2x_0L_1$, $E = 2y_0L_1$, $F = 2L_1L_3$

Question préliminaire.

Retrouver les expressions des coefficients, A, B, C, D, E, F.

On souhaite donc résoudre l'équation $\boldsymbol{f(\theta, \beta) = 0}$ d'inconnue θ pour un angle β connu, avec :

$$f(\theta, \beta) = A + Bcos\theta - Csin\theta - Dcos\beta + Esin\beta - Fcos(\theta - \beta) \quad (*)$$

Partie I : Etude du zéro d'une fonction

On donne les valeurs des constantes de la fonction ci-dessus (vous trouverez aussi ces valeurs dans aide.py) :

A=195000; B=70000; C=175000 ; D=56000 ; E=140000 ; F=196000 ;

Question 1. Ecrire la fonction ***f*** qui a pour arguments les angles *theta* et *beta* et renvoie la valeur de la fonction f pour un *theta* et *un beta* donnés.

Faire un test pour *theta*=0.1 et *beta*=0.5, f(0.1,0.5) = 84626.440770428948

Question 2. Ecrire la fonction ***derf_theta*** qui a pour arguments les angles *theta* et *beta* et qui renvoie la valeur de la fonction dérivée par rapport à *theta* (β fixé) de $f(\theta, \beta)$ pour un *theta* et un *beta* donnés.

Faire un test pour theta=0.1 et beta=0.5, $f'(0.1,0.5) = -257440.06318142801$

Question 3. Ecrire la fonction ***newton_theta****(f , derive_f, theta0, epsilon, beta)* qui a pour arguments une fonction *f*, sa dérivée *derive_f*, la valeur de départ *theta0*, la précision *epsilon* et la valeur de *beta* pour le *theta* recherché. Cette fonction renvoie la solution *theta* quand la fonction **(*)** s'annule par la méthode de Newton.

Par la suite, epsilon=10^{-9}.

Question 4. Tester votre programme pour theta0=0 et beta=0 ($\theta = 0.076464006003348267$)

Partie II : Recherche d'une valeur dans une liste triée

L'angle β varie dans l'intervalle $[-0.2,2.4]$ et theta0=0.

Question 5. Créer la liste *les_beta* de 100 éléments incluant le premier et le dernier élément à pas constant.

Question 6. Créer la liste *les_theta* correspondant aux angles d'ouverture du portail à partir de la liste *les_beta* et de la fonction ***newton_theta.***

Si vous n'êtes pas parvenu à créer la liste les_theta, celle-ci est donnée dans le fichier aide.py

Question 7. Tracer la courbe de θ en fonction de β, courbe représentative de la loi entrée/sortie.

On souhaite rechercher dans la liste *les_theta* la position de $\theta = 0$ et $\theta = \frac{\pi}{2}$. La liste *les_theta* ne comporte pas les valeurs exactes 0 et $\frac{\pi}{2}$, nous allons rechercher l'indice de la valeur immédiatement inférieure au θ désiré.

Question 8. Ecrire la fonction ***dichotomique****(liste, angle)* qui a pour arguments une liste <u>triée</u> et une valeur *angle*. Elle renvoie l'indice de la valeur immédiatement inférieure à *angle* par la méthode de recherche dichotomique.

les_theta est une liste triée de façon croissante.

Question 9. Tester ***dichotomique****(les_theta,0) et* ***dichotomique****(les_theta,* $\frac{\pi}{2}$*)*. On appellera les indices renvoyés i_0 et i_{90}. Vérifier que les valeurs de θ correspondant aux indices i_0 et i_{90} sont proches de 0 et $\frac{\pi}{2}$.

Question 10. Donner les deux valeurs de β correspondant aux indices i_0 et i_{90}.

Question 11. Connaissant la vitesse de rotation du bras moteur $\omega_{bras} = \dot{\beta} = 0{,}1\ rad/s$, calculer le temps d'ouverture du vantail.

Partie III : Etude de la vitesse du vantail

On donne $\Delta t = \frac{les_beta[i0] - les_beta[i0+1]}{\omega_{moteur}}$ avec i_0 l'indice obtenu pour $\theta = 0\ rad$.

Question 12. Définir la liste *les_theta_tronquee* à partir de les_theta[i_0] jusqu'au les_theta[i_{90}+1]

Question 13. A partir de la liste *les_theta_tronquee* et delta_t, créer une liste *les_omega* des vitesses en rad/s

$$pour\ i = 0, \omega(0) = 0\ et\ theta(0) = 0$$

$$pour\ i \geq 1, \omega_i = \frac{\theta_i - \theta_{i-1}}{\Delta t}$$

Question 14. Définir la fonction ***rechercheMax****(liste)* qui renvoie la valeur maximale d'une liste.

Question 15. Déterminer la vitesse de rotation maximale du vantail

Partie IV : Comparaison des temps d'ouverture pour différentes dimensions de portail : lecture d'un fichier

Question 16. Ouvrir et lire avec python le fichier *modeles_portail.csv* donnant les dimensions de 4 modèles de portail. Afficher la ligne du modèle 1.

Si vous ouvrez par ailleurs le fichier dans un tableur ou un éditeur de texte, n'oubliez pas de le fermer avant de compiler votre programme python.

Question 17. Créer 6 listes notées *liste_A*, *liste_B*… d'entiers contenant respectivement les valeurs des constantes A, B … des quatre modèles.

Question 18. Analyser et comprendre le code permettant de déterminer le temps t_{90} d'ouverture du portail et la vitesse maximale de rotation du vantail.

Question 19. Ecrire dans un fichier ***td_nom_prenom.csv*** les valeurs obtenues sous la forme :

Type de modèle	Temps ouverture	Vitesse maxi
Modèle 1		
Modèle 2		

Question 20. Quel est le modèle dont le temps d'ouverture est le plus court ?

Structure du fichier modèles_portail.csv

```
caracteristiques du portail (mm);x0;y0;L1 bras moteur;L2 bielle;L3 vantail;A;B;C;D;E;F¶
modele 1;100;250;280;280;350;195000;70000;175000;56000;140000;196000¶
modele 2;80;200;224;224;272;120384;43520;108800;35840;89600;121856¶
modele 3;100;250;280;280;280;150900;56000;140000;56000;140000;156800¶
modele 4;100;200;280;280;280;128400;56000;112000;56000;112000;156800¶
```